## EXERCICE N°1 : 25' 5 points

Soit la fonction $f$ définie sur $]-1,1[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

**1°)** Prouver l'existence et l'unicité d'une primitive notée $F$ de $f(x)$ telle que $F(0) = 0$.

**2°)** Montrer que la fonction $F$ est impaire.

**3°)** Soit $G$ la fonction définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $G(x)=F(\sin x)$.

**a)** Montrer que $G$ est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ et déterminer $G'(x)$.

**b)** En déduire que : pour tout $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ ; $G(x)=x$.

**c)** Calculer $F\left(\dfrac{1}{2}\right);F\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right);F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

**4°)** Soit la fonction $H(x)=F\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{1+x}\right)$. Montrer que $H$ est dérivable sur $IR_+^* \setminus \{1\}$, et calculer $H'(x)$.

## EXERCICE N°2 : 30' 5 points

Soit $f:[-2;2]\to IR\ x\mapsto (x-2)\sqrt{4-x^2}$.

**1°)** Étudier les variations de $f$ et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i}\ \vec{j})$.

**2°)** Prouver que $f$ admet une primitive sur $[-2;2]$. Soit F la primitive de $f$ sur $[-2;2]$ telle que F(0)=0.

**3°)** Soit $g$ la fonction définie sur I = $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ par $g(x)=F(2\sin x)$.

**a)** Montrer que $g$ est dérivable sur I.

**b)** Calculer $g'(x)$ et $g(0)$.

**4°)** Déterminer une primitive de chacune des fonctions $g_1$ et $g_2$ définie sur IR par: $g_1(x)=\sin x.\cos^2 x$

et $g_2(x)=\cos^2 x$

**5°)** En déduire $g(x)$ et calculer $F(-2)-F(2)$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn